

Angedachte Ausführungen zu einer ausgedachten Anhängerin Andors: Thermosta, der fröhlichen Feuermagierin aus dem fernen Danwar

Butterbrotbär

May 1, 2021

1 Disclaimer

Ich höre bloß eine Einführungsvorlesung zur Thermodynamik und habe weder Durch- noch Überblick über dieses riesige Themengebiet. Was folgt, ist höchstwahrscheinlich fehlerbehaftet und vielleicht gar völliger Blödsinn :P

2 Grundlagen

Um Thermostas Magierstab aus der Sicht der phänomenologischen Thermodynamik analysieren zu können, müssen wir zunächst genau festlegen, welche Prozesse auf welchen Systemen wir betrachten und welche Arbeit wir diesen zuschreiben.

Wir wollen folgende Systeme betrachten:

- **Thermostas Magierstab M**

Sei $\mathbb{WP} := \{1, \dots, 20\}$ die Menge seiner möglichen WP-Werte. Schreibe ihre Elemente als w .

Sei $\mathbb{E} := \{0, \dots, 9\}$ die Menge seiner möglichen Feldzahlen-Einerstellen. Schreibe ihre Elemente als e .

Die Zustände des Magierstabs, die wir unterscheiden wollen, sind durch ihren WP-Wert und ihre Feldzahl-Einerstelle eindeutig charakterisiert. Schreibe einen Zustand des Magierstabs als $\sigma_M = (w, e) \in \mathbb{WP} \times \mathbb{E}$.

- **Die Reservoirs $\{R_w\}_{w \in \mathbb{WP}}$**

Die Reservoirs seien eine Menge von 20 verschiedenen Systemen, welche unerschöpfliche Mengen an Energie in sich speichern. Der Magierstab habe stets thermischen Kontakt zu höchstens einem der Reservoirs, und zwar demjenigen, dessen Index seinen aktuellen WP entspricht. *Beispiel: Wenn der Magierstab 6 WP hat, kann er höchstens Kontakt zu Reservoir R_6 haben.*

Die Reservoirs werden nicht näher festgelegt, sollen später aber die Definition von Wärmereservoirs erfüllen (später, weil relevante Größen wie die Wärme im Moment noch gar nicht definiert sind). Noch später werden wir sie dann, weil's so schön ist, als den unerschöpflichen Glauben in die Magie interpretieren, aus dem der Magierstab Energie schöpfen kann.

Die Zustände von Wärmereservoirs werden (per Definition) durch ihre innere Energie eindeutig charakterisiert, welche (per Definition) keinen Einfluss auf das Verhalten des Reservoirs hat (und welche im Moment noch gar nicht definiert ist).

Wir beschreiben die Prozesse, die wir betrachten wollen, mathematisch. Der Index $\pm w$ bezeichne dabei jeweils die von Thermosta ausgegebenen WP. Wir definieren zudem die Arbeitsfunktionen $W_S(p)$ der während des Prozesses p ins System S hineinfließenden Arbeit so, dass sie den von Thermosta ausgegebenen WP entsprechen.

- **Thermostas Adiabate $Ad_{\pm w}$** wirkt nur auf den Magierstab und ändert dessen WP.

$$Ad_{\pm w} : (w_0, e) \mapsto (w_0 \pm w, e) \quad W_M(Ad_{\pm w}) := \pm w \text{ WP} \quad (2.1)$$

Thermosta lässt also w WP in den Magierstab fließen oder schöpft w WP aus dem Magierstab. Nebenbei kann sie so einstellen, zu welchem Reservoir der Magierstab Kontakt haben könnte.

- **Thermostas Isotherme $Is_{\pm w}$** wirkt auf den Magierstab sowie das Reservoir R_w , dessen Index den aktuellen WP des Magierstabs entspricht.

$$Is_{\pm w} : (w, e_0) \mapsto (w, e_0 \mp 1) \quad W_M(Is_{\pm w}) := \pm w \text{ WP} \quad W_{R_w}(Is_{\pm w}) := 0 \quad (2.2)$$

Auch hier lässt Thermosta w WP in den Magierstab fließen oder schöpft w WP aus dem Magierstab. Diesmal bringt sie den Magierstab aber in thermischem Kontakt mit dem entsprechenden Reservoir. Der Magierstab kann dann mit dem Reservoir w WP austauschen, damit seine WP insgesamt unverändert bleiben. Dass der Magierstab bei diesem Prozess auf ein anderes Feld hüpfet und dass Thermosta nur genau so viele WP in den Magierstab hineinfließen lassen oder aus ihm schöpfen kann, wie der Magierstab aktuell WP hat, mag willkürlich wirken. Diese Entscheidungen wurden getroffen, damit Thermosta nicht unbegrenzt viele Isothermen auf demselben Feld ausführen kann (da es sich um freie Handlungsmöglichkeiten handelt, könnte sie sonst kostenfrei beliebig viele WP generieren) und damit wir später nur ganzzahlige Temperaturen und Entropien erhalten.

- **Spontane Feldzahl-Einerstelle-Erhöhung** Sp_e sei ein Prozess, der nur auf den Magierstab wirke und der dessen Feldzahl-Einerstelle ohne äussere Einwirkung spontan um e erhöhe. Er wird in der Realität nicht eintreten, muss aber definiert werden, damit der 1. Hauptsatz gelten kann.

$$Sp_e : (w, e_0) \mapsto (w, e_0 + e) \qquad W_M(Sp_e) := 0 \qquad (2.3)$$

3 Willenspunkte als Energie und Wärme

Jetzt, wo die Grundlagen feststehen, können wir den üblichen Definitionen der Thermodynamik folgen. Zu Beginn wählen wir eine Referenzenergie $U_{ref} := 1$ WP für einen Referenzzustand $\sigma_{ref} := (1, 0)$ und erhalten des Magierstabs innere Energie U_M für einen beliebigen Zustand $\sigma_M = (w, e)$ über den Zischenzustand $\sigma_{zwi} := (1, e)$.

$$U_M(\sigma_M) := W_M(p_M) + U_{ref} \text{ mit } p_M : \sigma_{ref} \mapsto \sigma_M \text{ beliebig, nur genau auf } M \text{ wirkend} \qquad (3.1)$$

$$= W_M(Sp_e : \sigma_{ref} \mapsto \sigma_{zwi}) + W_M(Ad_{+(w-1)} : \sigma_{zwi} \mapsto \sigma_M) + U_{ref} \qquad (3.2)$$

$$= 0 + (w - 1) \text{ WP} + 1 \text{ WP} = w \text{ WP} \qquad (3.3)$$

Wir können also die Willenspunkte des Magierstabs als seine innere Energie interpretieren.

Betrachten wir nun die in den Magierstab hineinfließende Wärme $Q_M(p) := \Delta U_M(p) - W_M(p)$. Bei Thermostas Adiabaten finden wir, dass keinerlei Wärme fließt: $Q_M(Ad_{\pm w}) = 0$. **Thermostas Adiabaten sind also tatsächlich adiabatistische Prozesse.** Bei Thermostas Isothermen finden wir, dass ein Wärmeaustausch zwischen dem Magierstab und dem Reservoir stattfindet, damit des Magierstabs innere Energie konstant bleibt: $Q_M(Is_{\pm w}) = \mp w$ WP.

Als Wärme können wir also diejenigen WP verstehen, die der Magierstab aus einem Reservoir schöpft oder in eines fließen lässt.

4 Glaube in die... Temperatur?

Der zusammengesetzte Prozess $Ad_{-5} \circ Is_{-6} \circ Ad_{+5} \circ Is_{+1}$ (das große Beispiel von der Heldentafel) ist ein reversibler Carnot-Prozess, welcher pro Zyklus insgesamt 5 WP Wärme aus den Reservoirs schöpft und in 5 WP für Thermosta umwandelt. Wie der 2. Hauptsatz postuliert, darf dies nicht der einzige Effekt des Prozesses sein. Eigentlich schöpft er $Q_{M,6} = 6$ WP Wärme aus dem heißeren Reservoir R_6 und lässt $-Q_{M,1} = 1$ WP in das kühlere Reservoir R_1 fließen. Die in manchen Formulierungen des Carnot-Theorems definierte universelle Funktion $\tau(R_1, R_6) =: \frac{T_1}{T_6}$ ist dann gegeben durch $\tau(R_1, R_6) := -\frac{Q_{M,1}}{Q_{M,6}} = \frac{1 \text{ WP}}{6 \text{ WP}}$. Dies können wir leicht verallgemeinern auf beliebige Reservoirs Rw .

Wähle als Referenzreservoir R_{ref} das Reservoir R_1 . Setze die Referenztemperatur $T_{ref} := 1$ GidM (Glaube in die Magie, weil's so schön lange ist :P). Dann ist die absolute Temperatur eines Reservoirs Rw gegeben durch

$$T_{Rw} := \tau(Rw, R_{ref}) \cdot T_{ref} = \frac{w \text{ WP}}{1 \text{ WP}} \cdot 1 \text{ GidM} = w \text{ GidM} \qquad (4.1)$$

Folglich hat jedes Reservoir Rw stets die konstante Temperatur w GidM. Thermostas Isotherme wirkt also jeweils auf den Magierstab und dasjenige Reservoir, dessen Temperatur genau den WP des Magierstabs entspricht. So können wir die aktuelle Temperatur des Magierstabs mit der Temperatur des jeweiligen Reservoirs identifizieren.

Wir können also die Willenspunkte des Magierstabs 1:1 in die Einheit Glaube in die Magie übersetzen und dann als seine aktuelle Temperatur interpretieren. Insbesondere erhält ein Prozess, der die WP des Magierstabs erhält, auch seine Temperatur. **Thermostas Isothermen sind also tatsächlich isotherme Prozesse.**

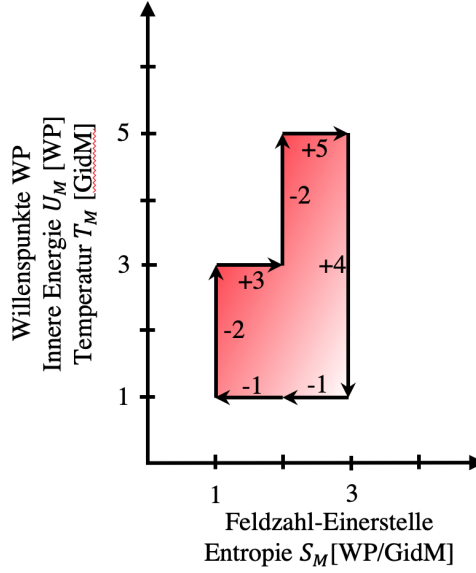


Figure 1: Ein allgemeiner Kreisprozess im w - e -Raum. Jeder Zustand ist charakterisiert durch die aktuellen WP des Magierstabs und seine aktuelle Feldzahl-Einerstelle. Die beteiligten Prozesse sind durch Pfeile angegeben und mit der jeweiligen Änderung an Thermostat WP angeschrieben. Die Anzahl insgesamt geschöpfter/verlorener WP pro Zyklus entspricht der farbigen Fläche.

5 Feldzahl-Einerstelle als Entropie

Zu guter Letzt wählen wir eine Referenzentropie $S_{ref} := 0$ für einen Referenzzustand $\sigma_{ref} := (1, 0)$ und erhalten des Magierstabs Entropie S_M für einen beliebigen Zustand $\sigma_M = (w, e)$ über Zwischenzustände $\sigma_i := (w, i)$.

$$S_M(\sigma_M) := \sum_{i=1}^n \frac{Q_M(p_i)}{T_i} + S_{ref} \text{ mit } (p_n \circ \dots \circ p_1) : \sigma_{ref} \mapsto \sigma_M \text{ beliebig, alle } p_i \text{ reversibel} \quad (5.1)$$

$$= \frac{Q_M(Ad_{+(w-1)} : \sigma_{ref} \mapsto \sigma_0)}{T(\sigma_{ref})} + \sum_{i=0}^{e-1} \frac{Q_M(Is_{-w} : \sigma_i \mapsto \sigma_{i+1})}{T(\sigma_i)} + S_{ref} \quad (5.2)$$

$$= 0 + \left(\sum_{i=0}^{e-1} 1 \text{ WP/GidM} \right) + 0 = e \text{ WP/GidM} \quad (5.3)$$

Wir können also die Einerstelle der Feldzahl des Magierstabs (in der Einheit Willenspunkte pro Glaube in die Magie) als seine Entropie interpretieren.

6 Conclusion

Für einen allgemeinen Kreisprozess, wie z.B. einer in Fig. 1 abgebildet ist, entsprechen die insgesamt geschöpften WP Thermostat gerade der Fläche im w - e -Raum, sofern man den Kreisprozess einmal im Uhrzeigersinn durchläuft. Im Gegenurzeigersinn entspricht die Fläche natürlich den insgesamt verlorenen WP Thermostas.

Wir schließen mit der Bemerkung, dass Thermostat Magierstab, der fröhlich durch die Gegend hüpfet und dabei Willenspunkte aus dem unerschöpflichen Glauben in die Magie schöpft oder hineinfließen lässt, ganz nebenbei so tolle Sätze zur Folge hat wie:

- *Ein Korollar des Clausius-Theorems ist, dass die Feldzahl-Einerstelle invariant sein muss unter Adiabaten.*
- *Könnte der Magierstab auf 0 WP fallen, so könnte er als Perpetuum Mobile zweiter Art eingesetzt werden.*
- *Der dritte Hauptsatz belegt, dass es unmöglich ist, den Glauben in die Magie vollkommen zu verlieren.*